

Präsenzaufgabe 12: (Ableitungen)

Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:

a) $f(x) = \sinh(x)$; b) $f(x) = \cosh(x)$; c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{ax^2 + b}}$; d) $f(x) = \frac{x \sin(ax + b)}{e^{cx^2 + dx}}$.

Präsenzaufgabe 13: (Taylor-Entwicklung des Sinus hyperbolicus)

Entwickeln Sie $f(x) = \sinh(x)$ in eine Taylor-Reihe um $x = 0$ durch

- explizite Berechnung der Entwicklungskoeffizienten;
- Verwenden der Ihnen bekannten Taylor-Reihe für e^x .
(Wie lautet demnach die Reihe für e^{-x} ?)

Präsenzaufgabe 14: (Taylor-Entwicklung des Sinus)

- Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = \sin x$ in eine Taylor-Reihe um den Punkt $x = \frac{\pi}{2}$.
- Geben Sie die Reihenglieder bis zur dritten nicht-verschwindenden Ordnung explizit an.
- Kommen Ihnen die Entwicklungskoeffizienten bekannt vor?

Hausaufgaben für den 11.11.19

Hinweis: Bitte bearbeiten Sie jede Aufgabe auf einem separaten Blatt, das Sie jeweils mit Ihrem Namen, Ihrer Matrikelnummer und der Nummer Ihrer Übungsgruppe leserlich kennzeichnen.

Hausaufgabe 13: (Weitere Ableitungen) (1+1+1,5+1,5 = 5 Punkte)

Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen und vereinfachen Sie sie sinnvoll:

a) $f(x) = \sin(x) \cos(x)$; b) $f(x) = \frac{x^3 - 4x + 5}{2x^2 + 1}$; c) $f(x) = \tan(x^3)$; d) $f(x) = \ln[\cosh(3-2x)]$.

Hausaufgabe 14: (Approximation des Kosinus) (2+3 = 5 Punkte)

a) Tabellieren Sie – mit Hilfe eines Taschenrechners – die Funktionswerte der Funktionen

$$\cos x, \quad f_2(x) = 1 - \frac{x^2}{2!}, \quad f_4(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} \quad \text{und} \quad f_6(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!}$$

an den neun Punkten $x_n = n\frac{\pi}{8}$ mit $n \in \{0, 1, 2, \dots, 8\}$. Geben Sie die Funktionswerte dabei mit sechs Nachkommastellen an.

b) Zeichnen Sie von Hand die Graphen der Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem im Intervall $[0, \pi]$.

Hausaufgabe 15: (Morse-Potential) (2+2 = 4 Punkte)

Betrachten Sie die als Morse-Potential bekannte Funktion

$$V(x) = V_0 \left(1 - e^{-a(x-x_0)}\right)^2.$$

Die hierbei auftretenden Parameter V_0 , a und x_0 sind alle positive Zahlen.

a) Bestimmen Sie die Position x_m des Extremums von $V(x)$. Handelt es sich um ein Maximum oder ein Minimum?

b) Entwickeln Sie $V(x)$ um den Punkt x_m bis einschließlich zur zweiten nicht-verschwindenden Ordnung.

Hausaufgabe 16: (Taylor-Entwicklungen für Fortgeschrittene) Team (2+2+2 = 6 Punkte)

Entwickeln Sie die folgenden Funktionen um $x = 0$ jeweils bis einschließlich zur zweiten nicht-verschwindenden Ordnung:

a) $f(x) = (1 - \cos x)^2$; b) $f(x) = \sin(2x) \sinh x$; c) $f(x) = e^{-x}(1 + \sin x)$.

Hinweis: Diese Aufgabe können Sie lösen, ohne eine einzige Ableitung zu berechnen!