

**Präsenzaufgabe 15:** (Regel von de l'Hospital)

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-3x}}{\sin(x)} ; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cosh(x)}{1 - \cos(x)} ; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right) .$$

**Hinweis zu c):** Bringen Sie den Ausdruck zunächst in eine Form, in der Sie die Regel von de l'Hospital anwenden können.

**Präsenzaufgabe 16:** (Ableitung einer Umkehrfunktion)Differenzieren Sie die Funktion  $g(x) = \arctan(x)$ .**Präsenzaufgabe 17:** (Unbestimmte Integrale)

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

$$\text{a) } \int x \cos x \, dx ; \quad \text{b) } \int \frac{1 - e^x}{1 + e^x} \, dx ; \quad \text{c) } \int \frac{32x^3 + 14x}{8x^4 + 7x^2 + 11} \, dx .$$

**Hinweis zu b):** Substitution  $y = e^x$  und anschließende Partialbruchzerlegung.

## Hausaufgaben für den 18.11.19

**Hinweis:** Bitte bearbeiten Sie jede Aufgabe auf einem separaten Blatt, das Sie jeweils mit Ihrem Namen, Ihrer Matrikelnummer und der Nummer Ihrer Übungsgruppe leserlich kennzeichnen.

**Hausaufgabe 17:** (Regel von de l'Hospital, Teil II)

(1+2+2 = 5 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{1 - \cos x} ; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right) ; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} x \left( \frac{\pi}{2} - \arctan x \right) .$$

**Hausaufgabe 18:** (Ableitung von Umkehrfunktionen)

**Team**

(2,5+2,5 = 5 Punkte)

a) Differenzieren Sie die Funktion  $g(x) = \arccos(x)$ .

b) Berechnen Sie die Ableitung der Funktion  $g(x) = \sqrt{1+x}$ , indem Sie sie als Umkehrfunktion einer geeigneten Funktion  $f(x)$  auffassen. Überprüfen Sie Ihr Ergebnis anschließend durch direkte Differentiation von  $g(x)$  auf dem üblichen Weg.

**Anmerkung:**  $f(x)$  hat den Definitionsbereich  $[0, \infty)$  und die Wertemenge  $[-1, \infty)$ .

**Hausaufgabe 19:** (Eine nützliche Stammfunktion)

(4 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe einer Partialbruchzerlegung für  $a, b \in \mathbb{R}$  mit  $b \neq 0$  die Formel

$$\int \frac{dx}{x(ax+b)} = -\frac{1}{b} \ln \left( \frac{ax+b}{x} \right) .$$

**Hausaufgabe 20:** (Bestimmte Integrale)

(2+2+2 = 6 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

$$\text{a) } \int_0^{\pi/2} x^2 \cos x \, dx ; \quad \text{b) } \int_0^{\infty} x 3^{-x^2} \, dx ; \quad \text{c) } \int_a^b \cos^2(x) \, dx .$$

**Hinweis zu c):** Schreiben Sie  $\cos^2(x)$  zuerst mit Hilfe eines Additionstheorems geeignet um.