

Präsenzaufgabe 18: (Integration durch Substitution)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\text{a) } \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx ; \quad \text{b) } \int \frac{x}{x+\sqrt{x}} dx .$$

Präsenzaufgabe 19: (Rechnen mit Matrizen)

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} .$$

- Berechnen Sie die Summe $A + B$.
- Berechnen Sie die Produkte AB und BA .
- Berechnen Sie die Spuren von A , B , AB und BA .

Präsenzaufgabe 20: (Regel von Sarrus)

- Beweisen Sie die Regel von Sarrus zur Berechnung der Determinante einer 3×3 -Matrix:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$$

- Berechnen Sie die Determinanten der folgenden beiden Matrizen:

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 5 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 & 1 \\ 6 & 7 & 8 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 7 \\ 3 & -4 & 0 & 6 \end{pmatrix} .$$

Hausaufgaben für den 25.11.19

Hinweis: Bitte bearbeiten Sie jede Aufgabe auf einem separaten Blatt, das Sie jeweils mit Ihrem Namen, Ihrer Matrikelnummer und der Nummer Ihrer Übungsgruppe leserlich kennzeichnen.

Hausaufgabe 21: (Weitere Integrale)

(3+3 = 6 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

$$\text{a) } \int x [e^{-5x} + \cos(2x^2)] dx ; \quad \text{b) } \int \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx .$$

Hinweis zu b): Partielle Integration und anschließende Partialbruchzerlegung.

Hausaufgabe 22: (Integrale über symmetrische Grenzen)

Team

(2+2 = 4 Punkte)

a) Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine gerade Funktion. Zeigen Sie, dass dann für jedes $a \in \mathbb{R}$ gilt

$$I_a := \int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx .$$

b) Welchen Wert hat I_a , wenn f eine ungerade Funktion ist? Beweisen Sie Ihre Aussage.

Hausaufgabe 23: (Inverse einer Matrix)

(5+1 = 6 Punkte)

a) Berechnen Sie die Inverse der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 12 \end{pmatrix} ,$$

indem Sie die Matrix A^{-1} in allgemeiner Form ansetzen und ihre unbekannt Matrixelemente über die Forderung $AA^{-1} = \mathbf{1}_3$ ermitteln.

b) Prüfen Sie Ihr Ergebnis aus a), indem Sie das Matrixprodukt AA^{-1} ausführen. (Die Berechnungen der Einträge in der 1. Spalte von AA^{-1} sind dabei detailliert aufzuschreiben.)

Hausaufgabe 24: (Spuren von Matrizen)

(1+1+2 = 4 Punkte)

Seien A und B zwei $n \times n$ -Matrizen. Weiterhin seien $C = AB$ und $D = BA$.

a) Wie lautet die allgemeine Formel für die Hauptdiagonalelemente c_{ii} der Matrix C ?

b) Wie lautet die entsprechende Formel für die Hauptdiagonalelemente d_{ii} der Matrix D ?

c) Zeigen Sie unter Verwendung von a) und b), dass $\text{Sp}(AB) = \text{Sp}(BA)$ gilt.